

Matematiksel Modelleme Sürecinde Çeşitlilik

Dr. Öğr. Üyesi Özlem ÇEZİKTÜRK

Marmara Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği, İstanbul / Türkiye,
ozlem.cezikturk@marmara.edu.tr , ORCID: 0000-0001-7045-6028

Emine FAZLI*

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, eminefazli@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3445-1067

Almina İBRAHİMOĞLU

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, almina.ibg@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1223-9524

Elif DURAK KAYA

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, elifidil.durak@gmail.com, ORCID: 0009-0004-3955-3224

Esra BAL

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, akyildizesra55@gmail.com, ORCID: 0009-0005-3288-8694

Ezgi KIRMIZIDEMİR

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, ezgi.krmzdmr@hotmail.com, ORCID: 0000-0001-5916-0832

* Sorumlu Yazar. Tel: +90 537 810 83 42 | Araştırma Makalesi.

Makale Tarih Bilgisi. Gönderim: 08.07.2023, Kabul: 27.06.2024, Basım: Haziran, 2025

Hüseyin ERKMEN

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, erkmen.hhh@hotmail.com, ORCID: 0000-0001-5216-0864

Merve Şevval AYDIN

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, mervesevvalaydin@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5790-2505

Mesut KOŞMAZ

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, mesutkosmaz@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1245-482X

Sinem CANKURT-MERİÇ

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, sinemcankurt@outlook.com, ORCID: 0000-0003-4391-6505

Özgenur KOÇ

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, ozge.koc269@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2277-8169

Zeynep ERMERİÇ

Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Öğretmenliği Lisansüstü öğrencisi,
İstanbul / Türkiye, zeg_281@hotmail.com, ORCID: 0000-0003-2930-8247

Öz

Bu çalışmanın amacı, matematiksel modelleme sürecinde çeşitliliği derinlemesine incelemektir. Uygulama süreci tasarım temelli araştırma yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Verilerin toplanmasında nicel destekli nitel araçlar kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları, çalışmanın yazarlarından oluşan 11 matematik öğretmenidir ve bu katılımcılar yüksek lisans düzeyinde matematiksel modelleme dersini almışlardır. Altı hafta süren çalışmada veriler, “Yarı Yapılandırılmış Odak Grup Görüşme Formları”, katılımcıların tasarladığı çay konusunu içeren “Matematiksel Modelleme Etkinlikleri” ve “Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği” kullanılarak toplanmıştır. “Yarı Yapılandırılmış Odak Grup Görüşme Formları” ve “Matematiksel Modelleme Etkinlikleri” değerlendirilirken içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. “Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği” ise nicel olarak analiz edilerek her bir bölüm için yapılan değerlendirmeler ayrı ayrı incelenmiştir. Katılımcılar, modelleme etkinliklerini tasarladıktan sonra çalışmalarını detaylı bir şekilde açıklamışlardır. Verilerin analizinde, bu açıklamalardan çıkarılan temalar, etkinliklerin çeşitlilik açısından değerlendirilmesindeki veri toplama araçlarından bir diğeri olarak kullanılmıştır. Yapılan

analiz sonucunda belirlenen temalar, ihmal edilenler, sabit tutulanlar, sınıf düzeyi, değişkenler, konu ve süreçteki varyasyonları (hazırbulunuşluk, çıkış kartı, çalışma soruları vb.) içermektedir. Katılımcılar, rastgele eşleştirme yöntemiyle birbirlerinin etkinliklerini bu temalar bağlamında analiz etmişlerdir. Elde edilen sonuçlara göre, çay konusu üzerine tasarlanan modelleme etkinliklerinin okul kademesi, öğrenci düzeyi, konu ve matematikleştirme anlamında farklılık gösterdiği görülmüş, en çok çeşitliliğin bağlam açısından olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme; Modellemede çeşitlilik; Tasarım tabanlı araştırma.

Diversity in the Mathematical Modelling Process

Abstract

The aim of this study was to investigate diversity in a range of activities following a newer mathematical modeling method of education. A design-based research method was adopted. Qualitative tools with quantitative support were employed for data collection. The participants were 11 mathematics teachers, all of whom are authors of this study and have taken a graduate-level mathematical modelling course. Over a six-week study period, data was collected using semi-structured focus group interview forms, mathematical modelling activities designed by the participants, and a modelling competencies assessment rubric. The semi-structured focus group interview forms and mathematical modelling activities were analyzed using content analysis. The modelling competencies assessment rubric was analyzed quantitatively with evaluations made separately for each section. During these evaluations, themes that served as additional data for evaluating the activities in terms of diversity were identified. The identified themes included elements that were neglected, those that remained consistent, grade level, variables, and variations in the subject and process, such as readiness, exit card, and study questions, among others. According to the results, the modelling activities designed on the subject of tea differed in terms of school level, student level, subject matter, and mathematization, with the most significant variation was found in terms of context.

Keywords: Mathematical modelling; Diversity in modelling; Design-based research.

Extended Summary

Mathematical modelling, one of the new and exciting educational methods distinct from traditional methods, has recently garnered attention from researchers in the field of mathematics education. However, studies on creating mathematical modelling activities in our country are limited. Furthermore,

students' perspectives on mathematics and its involvement in their lives have been influenced by their culture and the way their teachers present the subject (Fox, 2006). In this context, the aim of this study was to investigate a diverse range of mathematical modelling activities created by the researchers of this study under the title of "Tea Modelling" which holds significance in the researchers' culture and has been identified in focus group interviews.

Purpose

The aim of this study was to examine diversity in mathematical modelling activities as a sub-component of the newer mathematical modelling educational method. For this purpose, the research questions are as follows:

1. What are the teachers' views on mathematical modelling before receiving mathematical modelling training?
2. What are the criteria that teachers take into account while creating mathematical modelling activities?
3. How do the mathematical modelling activities created by the teachers vary according to grade levels and student readiness?
4. How do the mathematical modelling activities created by the teachers vary according to context?
5. How do the mathematical modelling activities created by the teachers vary based on the effects of variances produced in the creative process?

Method

In this study, a design-based research method was adopted. Design-based research (Kuzu, Çankaya and Mısırlı, 2011) is generally considered to increase their impact on practice. The participants of the study consisted of 11 graduate student mathematics teachers enrolled at a state university in Istanbul. A purposive sampling method was employed to select participants who had undergone a mathematical modeling course during their graduate studies. Semi-structured interview forms, crafted by one of the researchers with input from experts, were utilized for focus group interviews. The primary data was collected from mathematical modelling activities designed by the participants. Initially, focus group interviews, accompanied by an expert teacher, were conducted to unveil themes. These themes subsequently served as focal points for exploring diversity in the activities. Finally, participants' opinions were gathered to further analyze the data in light of these themes. The evaluation of participants' activities occurred in two stages. In the first stage, participants assessed their own activities using the Modelling Competencies Evaluation

Rubric developed by Tekin-Dede and Bukova-Güzel (2014). In the second stage, participants randomly evaluated each other's activities to ensure reliability.

Results

Based on the self-assessment results of the Modelling Competencies Evaluation Rubric, seven out of eleven students selected 'high school acquisition,' while four opted for 'secondary school acquisition.' The chosen outcomes were diverse, with five focusing on 'equations and inequalities,' three on 'ratio-proportion,' one on 'operations with numbers,' one on 'operations in sets,' and one on 'linear equations.' In the context of problem sentences, variables included cup volume, cup type, powder and packet tea, number of brewing, number of people, and brewing rate. Notably, the use of sugar and evaporating water emerged as the most neglected variables. Infuser volume (1.5 liters) and teapot volume (2 liters), cup types and volumes, brewing rate, boiling time of the water, and brewing time of the tea remained constant across nearly all student assessments. The problem sentence contexts varied, encompassing scenarios such as choosing the most suitable tea glass for a golden day event, providing tea service to students at school, determining the best tea service for guests at home, organizing a tea break during a trip, serving the first customers at a buffet on Çamlıca Hill, selling tea in a barracks canteen, offering tea service to guests in a cafe, determining the most affordable tea price for students, providing tea service in the library, and establishing the most advantageous sales model.

Discussion

In the planning of the modelling sample for this study, no specific outline was determined regarding context, resulting in the highest diversity observed in this phase. This observation aligns with Zwietering and Besten's (2011) perspective that the same subjects can be presented in various contexts and events. It underscores the significance of selecting the most suitable model from diverse contextual modelling examples on the same subject based on the students' situations in modelling studies (Almeida-Carreira, 2019; Zwietering and Besten, 2011). While some examples shared the same context, variations existed in the narratives. Wei, Zhang and Gua (2022) highlighted in their study that creating modelling examples related to daily life could captivate students' interest and enhance motivation for desired outcomes. Teachers in this study

initially echoed concerns about obstacles faced with the use of modeling examples at the onset of the modelling process, stemming from Urban and Dost's (2016) study. However, as the modelling process unfolded and similarities among the obtained modeling examples became apparent, they were presented in different contexts, enhancing the subject's appeal. Consequently, teachers developed distinct perspectives on the utilization of mathematical models in the classroom.

Conclusion

While our research proved effective in exploring realistic, contextual, and educational modelling processes, it is important to acknowledge its shortcomings, particularly the absence of empirical data. If the research process were to be repeated, valuable feedback could be obtained by incorporating questions suggested by Erbaş, Çetinkaya and Çakıroğlu (2013) in the teacher candidates' report. These questions, focusing on diversity, have the potential to extract numerous variations from a modeling sample, thereby enriching model pools.

Giriş

Günlük hayatta farkında olarak ya da olmayarak matematiksel modelleme kullanıldığını söylemek mümkündür. Matematiksel modelleme, gerçek hayattaki bir problemin matematiksel olarak ifade edilmesi ya da matematiksel modeller yardımı ile açıklanma sürecidir (Berry ve Houston, 1995; Blum ve Niss, 1991). Lesh ve Doerr'e (2003) göre matematiksel model, gerçek hayattaki bir problem durumunun yorumlanmasına ve çözülmesine imkân veren zihindeki yapıların oluşturduğu çözümlerin matematiksel bir forma dönüştürülmüş hâlidir. Öğrenciler zihinsel yapılar ile oluşturulan matematiksel model ve modelleme ile problem çözme becerisi, akıl yürütme, somutlaştırma, ilişkilendirme, analiz etme ve değerlendirme gibi beceriler elde ederler.

Matematiksel modelleme günümüz eğitim sistemlerinde görülmektedir. Türkiye'de MEB (2005) Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ile ilk kez matematiksel modelleme temel becerilerden biri olarak isimlendirilmiştir. Fakat matematik eğitiminde ve matematik sorularında modellemeden istenildiği ölçüde yararlanılamamaktır. Bu sebeplerden biri öğretmenlerin matematiksel modelleme konusunda yeterliliklerindeki eksiklikleridir. Bu eksikliğin nedeni olarak öğretmen eğitiminde modelleme eğitiminin ancak son yıllarda müfredata girmesi gösterilebilir. Kitaplarda ve kaynaklarda MOE (Matematiksel Modelleme Oluşturma Etkinlikleri) çoğalmaktadır (Erbaş ve ark.,

2016; Güzel, 2021; Özdemir ve Şahal, 2021; Sanfretello, 2015; Taşpınar-Şener ve Gökçen, 2023) . Fakat ders kitaplarında modelleme etkinlikleri nispeten az kalmaktadır. Bunun sebepleri olarak öğretim programının yoğunluğu, sınıfların ve teknolojik şartların yetersizliği, sınıf mevcudu, etkinliğin uzun zaman alması, öğrenci seviyesinin düşüklüğü, merkezi sınavlarda matematik net ortalamasının çok düşük olmasıyla, interdisipliner çalışmaların azlığı ve bunları gerçekleştirecek donanımlı öğretmenlerin azlığı gösterilebilir. Bu sebepten modelleme 21. yyda edinilmesi gereken beceri olarak geçmekle birlikte yokluğu okul matematiği ile günlük hayat problemleri arasındaki uçurumu artırmaktadır.

Yapılan bu çalışmanın amacı modelleme süreci içerisindeki çeşitliliği farklı yönlerden incelemektir. Çeşitlilik bağlam seçiminde olabileceği gibi uygulama yöntemlerinde olabilir, matematikleştirme merhalesinde olabilir, bakış açılarının arttırılmasında olabilir; hatta modellemenin değerlendirilmesinde bile uygulanabilir. Çeşitlilik hakkında öğrencilerin daha fazla şey öğrenmeleri istenirse sarmal yapı ile konuların tekrar tekrar incelenmesi düşünülebilir. Farklı bağlamlar ve farklı soyutlamalar faydalı olacaktır (Fife, Jones ve Peters, 2020). Zwietering ve Besten (2011) aynı olayı /durumu tanımlamak için birden fazla model kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Ek olarak, bunların arasından en uygun modeli seçmenin de modelleme çalışmaları için önemli bir merhale olduğunu belirtmişlerdir (Almeida ve Carreira, 2019; Zwietering ve Besten, 2011).

Bir modellemenin çeşitlilik açısından güçlendirilmesi, özellikle modelleme üzerine olan eğitim araştırmalarının sürecini ve önemli noktalarını anlamaya yönelik bir adım olarak düşünülmektedir. Bir açıdan araştırmacı öğretmenlerin özellikle matematiksel modelleme süreçlerinin aktif hâle getirilmesinde bu güçlendirmenin öneminin ortaya çıkması beklenmektedir.

Urban ve Dost'un araştırmasında (2016), öğretmenlerin MOE'leri sınıf içinde kullanmamaları için sebepler araştırılmıştır. 9 öğretmen ile yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler içerik analizi ile kodlanmıştır. Öğretmenlerin sınıf içinde modelleme etkinliklerini kullanmalarına engel olarak şunlar saptanmıştır: öğretmenin bilgi eksikliği, modelleme kaynaklarının nitel ve nicel sınırlılığı, müfredat yoğunluğu, YÖS yapısı, öğrenci motivasyonu eksikliği, öğrenci hazır bulunuşluk düzeyi, uygulama sürecinin çok zaman alması. Aztekin ve Taşpınar-Şener (2015) yaptıkları meta analiz çalışma-

sında modelleme konusunda henüz yeterince çalışma olmadığına kanaat getirmişlerdir. Özellikle deneysel çalışmaların orta ve yüksek öğretimde modelleme araştırmalarının ve modellemenin öğretimde kullanılmasının daha fazla detaylı örneklerle ihtiyaç duyduğunu belirtmişlerdir. Modelleme sürecini amaçlayan çalışmaların artmasının gereğini öngörmüşlerdir. Model oluşturma etkinliklerinin, problemlerin ve teknolojinin kullanıldığı modelleme çalışmalarının artmasının faydalı olacağını belirtmişlerdir.

Erbaş, Çetinkaya ve Çakıroğlu (2013) proje raporu, eklerinde proje raporu yönergesi adı altında öğretmenlere süreçle ilgili sorulabilecek çok güzel sorular içermektedir. Araştırmada öğretmenlere 3 merhaleli hizmet içi eğitim verilmiştir: etkinlik geliştirme, değerlendirme, saha dönütleri. Öğretmen eğitiminin faydalı sonuçlar doğurduğu gözlemlenmiştir. Wei ve arkadaşları, (2022) 239 yayından modelleme üzerine ilköğretim düzeyinde 10 tane deneysel çalışmayı belirlemişler ve onları incelemişlerdir. Özellikle profesyonel gelişim eğitimlerinde matematiksel modellemelerin etkisini arttırmak için modellemenin pedagojisinin çalışılması gerektiğini ama onun kadar öğretmenin ve öğrencinin rolüne de dikkat edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Çünkü öğrenciler modelleme ile matematiksel fikirler üretebilirler, kritik düşünceyi geliştirebilirler ve iletişim becerilerini arttırabilirler. Makalelerinde belirttikleri kültürel ve toplumsal bağlamlar konusu dikkate değerdir. Yaşanmış deneyimlerle, gerçek dünya ve matematiksel dünya arasında daha fazla bağlantı kurarak, kritik düşünceyi arttırarak modellemenin ilgi çekici motive edici olabileceğini açıklamaktadırlar. Modelleme ile öğrenciler birçok beceri kazanmaktadırlar: değişkenlerin analiz edilmesi, problem çözme, model geliştirme, gösterim çeşitliliği, iletişim, gereksiz bilgiyi fark etme, ihmal edilecekleri ayırt etme, faktörleri önceliklerine göre sıralama, çözümlerin üzerinde düşünme, onları yeniden yapılandırma, duygu gelişimi ve süreç değerlendirme (Wei, Zhang ve Gua, 2022).

Alanyazında araştırılmış çokça modelleme sorusu bulunmakla birlikte bazıları ilginç olarak düşünülebilir: Kütüphanedeki kırmızı kitapların sayısı (Bergman-Arlebeck ve Frejd, 2021); “Köprüde kaç araç var?”, Ney seçimi; Güneş saati hesaplama (Şen, 2020). Bu sorular veri modellemesi adı altında verilmektedir. Veri modellemesinde istatistik önem kazanmaktadır.

Modellemede belirsizlikler çok olduğunda çeşitleme düşünülebilir. Özellikle çeşitlemenin ortaya çıkacağı kaynaklar belirlenmelidir. Burada öğrencilerin sürecin içinde yer alması düşünülebilir. Bu da öğrencilerin ileride

olasılık yapıları söz konusu olduğunda daha iyi kararlar almalarını sağlayabilir (Lehrer ve English, 2018).

Şen'in (2020) yaptığı çalışmada 49 aday öğretmenin hazırladığı modellerle hem nitelik hem de içerik analizi yapılmış ve Tekin-Dede ve Bukova-Güzel'in (2014) MOE prensiplerine ne derece uydukları incelenmiştir. Öyle ki, bu prensipler; gerçeklik, model oluşturma, kendini değerlendirme, model raporlama, modeli tekrar kullanılabilir hâle getirme ve prototip üretme bağlamında incelenmişlerdir. Oluşturulan aktivitelerin MOE prensiplerine uyduğu gözlemlenmiştir. English (2006) modellemeyi sosyal bir deneyim olarak görmüştür ve süreçte bireyler yorumlama, karar verme, hipotez, tartışma, iddia sunma, önceki öğrenmeleri uygulama gibi durumlarla karşılaşır diye belirtmiştir. Borromoe-Ferri (2006) problemi anlama, sadeleştirme, matematikleştirme, çözüm, yorumlama ve doğrulama adımlarına dikkat çekmektedir. Kaiser ve Schwarts (2006) okullarda daha fazla modelleme görülebilmesi için öğretmenlerin daha fazla eğitilmesi gerekliliği üzerinde durmaktadır. Belirli problemler için aday öğretmenlerden örnek çözüm yapmaları, gerçek hayat bağlantısı içeren rapor yazmaları istenmiştir. Problemlerin birden fazla çözümü ve sonucu olabileceği üzerinde durulmuştur (Şen, 2020).

Tekin-Dede ve Bukova-Güzel (2014) MOE tanımını “*öğrencilerin gerçek hayat durumlarına karşı hazırladıkları problemler olduğu, matematikleştirme ile açıklanıp, test edilip, düzenlenmesi ve hâliyle ortaya çıkan problemlerin çözülmesidir*” şeklinde yapmışlardır. MOE'lerin güven arttırdığı, hedeflenen öğrencilerin yetiştirilmesine katkıda bulunduğu, gerçek hayat problemlerine çözüm getirmeye yardımcı olduğu ve grup çalışmalarına izin verdiği gözlemlenmiştir.

Problem Durumu

Günümüzde eğitimde yeni ve etkili yöntemler arayışı birçok araştırmanın konusu olmuştur. Son dönemlerde matematik eğitimi ile ilgilenen araştırmacıların ilgisini çeken, geleneksel eğitimin dışında, yeni ve heyecan verici yöntemlerden biri olan matematiksel modelleme bu çalışmada da ele alınmıştır. Ülkemizde bu konuda yapılan çalışmalar incelendiğinde öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalar ağırlıktadır (Erbaş, Çetinkaya ve Çakıroğlu, 2013; Şen, 2020). Buna rağmen bu çalışmalar incelendiğinde matematiksel modelleme etkinliği oluşturma konusunda yapılan çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Öğrencilerin matematik hakkındaki görüşleri ve

bu ders kapsamındaki yaşantıları kültüründen, öğretmeninin sunduğu yaşantıdan etkilenmektedir (Fox, 2006). Bu bağlamda bu çalışmanın amacı modelleme etkinliklerindeki görüşler, kriterler, hazır bulunuşluklar, matematikleştirme, bağlam ve modelleme sürecinde doğan çeşitliklerin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda araştırma soruları aşağıdaki gibidir;

1. Matematiksel modelleme eğitimi almadan önce öğretmenlerin matematiksel modellemeye yönelik görüşleri nasıldır?
2. Öğretmenlerin modelleme etkinliğini oluştururken dikkate aldıkları kriterler nelerdir?
3. Öğretmenlerin oluşturduğu modelleme etkinlikleri sınıf düzeylerine ve öğrenci hazır bulunuşluğuna göre nasıl çeşitlilik göstermektedir?
4. Öğretmenlerin oluşturduğu modelleme etkinlikleri bağlama göre nasıl çeşitlilik göstermektedir?
5. Öğretmenlerin oluşturduğu modelleme etkinlikleri süreçte oluşan farklılıklardan etkilenerek nasıl çeşitlilik göstermektedir?

Yöntem

Bu bölümde araştırma modelinden, çalışma grubundan, veri toplama aracından ve verilerin analizinden alt başlıklar hâlinde bahsedilmiştir. Yapılan bütün çalışmalar için Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Etik kurul komisyonundan 2 Şubat 2023 tarihli ve 488136 sayılı izin alınmıştır (Onay tarihi ve sayısı: 08.02.2023/02-25).

Bu çalışmanın konusu olarak, kültürümüzün önemli bir parçası olan ve odak grup görüşmelerinde belirlenen “Çay Modellemesi” başlığı altında bu çalışmanın araştırmacılarının oluşturduğu modelleme etkinliklerindeki çeşitliliği ortaya çıkarmak düşünülmüştür. Bu amaçla, herkes için gündelik hayat problemi olarak atfedilebilecek bir konuda (çay problemi) neler yapılabilir diye düşünülmüştür. Buradan çıkan farklı bağlamlarda farklı sorularla ortak faktör/ihmal ve değişmelerle 11 ayrı modelleme örneği çıkarılmıştır. Bu şekilde modelleme sürecinde yaşanan zorluklara cevap aranmaya çalışılmıştır. Müfredat geliştirenlere ve uygun modelleme örneği arayanlara örnek bir kaynak verilmesi ve öğretmenlerin modelleme etkinlikleri geliştirmeye karşı olumlu bir bakış açısı oluşturmaları açısından araştırma katılımcıları aynı zamanda araştırmacıların 11’ini oluşturmaktadır. Birlikte aldıkları modelleme dersi bu makale yayınlanmadan önce tamamlanmış olduğu için herhangi bir çıkar çatışması oluşması beklenmemiştir. Araştırmacıların katılımcı olmaları bu süreci daha iyi deneyimleyebilmeleri için fırsat olarak düşünülmüştür. Öz

değerlendirme için Tekin-Dede ve Bukova-Güzel'in kitaplarında geçen öz değerlendirme rubriği kullanılmıştır. Seçkisiz atamada da katılımcıların birbirinin modelleme etkinliklerini odak grup görüşmesinde her biri tartışıldığı şekliyle bir tabloya aktarılacağından bu süreçte bir çatışma olması beklenmemiştir. Katılımcıların her birinin iki merhalede dürüst ve tarafsız bir değerlendirme yapıp yapmaması, aynı zamanda araştırmacı oldukları araştırmanın güvenilirliği ile de alakalı olduğundan sorun teşkil etmeyeceği düşünülmüştür. Aksine bu durum araştırmanın güçlü özelliklerinden biri olarak düşünülmektedir. Bunlara ilaveten öğretmenlerin araştırmacı olabilmesine imkân tanımaktadır.

Araştırma Modeli

Bu araştırmada araştırmanın katılımcıları da yazar olarak yer aldığı için çalışmanın tasarım temelli araştırma desenine daha uygun olduğu belirlenmiştir. Tasarım temelli araştırmalar (Kuzu, Çankaya ve Mısırlı, 2011) genelde uygulama etkilerini arttırmak için düşünülmektedir. İlk defa Brown (1992'den akt; Kuzu ve ark., 2011) ve Collins (1992'den akt; Kuzu ve ark., 2011) tarafından ortaya atılmış olan bu araştırma yönteminde tasarım, kuram ve uygulama üçlüsü ele alınmakta olup ilk önce tasarım deneyleri olarak isimlendirilmişlerdir.

Alanyazında tasarım temelli araştırmalar son yıllarda artış göstermektedir. Kazak, Pratt ve Gökçe'nin (2018) araştırması bunlara örnektir. Origamiden yapılmış kurbağa olimpipleri adı taşıyan bu modelleme aktivitesi bir yarışma görünümündedir ve öğrenciler modellerin her merhalesinde üretiminin sorumlu olmuşlardır. Her birinin farklı kriterler kullandığı gözlemlenmiştir. Bazı öğrencilerin bu modelleme çalışması sonucunda özellikle iyi bir istatistiksel model nasıl olmalı konusunda ve değişmeyen özellikler konusunda kendilerini geliştirdikleri gözlemlenmiştir. Hem kendi modellerini hem de akran modellerini değerlendirdikleri bu çalışmada tasarım temelli araştırmanın özellikleri görülmektedir (Kazak, Pratt ve Gökçe, 2018). Değerlendirmedeki özellikler ve aldıkları sorumluluklar tasarım temelli araştırma modeline uyum göstermektedir.

Tasarım temelli araştırmalar keşfetme, açıklama, doğrulama ve yayma süreçleri ile araştırmacının öğrenme-öğretme etkinliğine etkin katılımının söz konusu olduğu araştırmalardır (Kelly, 2003'ten akt; Kuzu ve ark., 2011). Tasarım tabanlı araştırma esnek ve sistematik bir araştırma yöntemi olup bağ-

lama duyarlı tasarım ilke ve kuramlarının geliştirilmesine yönelik katılımcılarla iş birliği içinde gerçekleştirilen bir araştırma yöntemi olarak görülmektedir. Bu açılarından bu araştırma da tasarım tabanlı araştırma desenine uymaktadır. Araştırmada bir çay demleme modelleme konu başlığı seçilmiş ve öğrenci katılımcıların bunu kendi bilgi, ilgi ve bağlam düzeyinde modellemeye dökmesi beklenmiştir. Yöntemin devamında kendi öz değerlendirmeleri ve çapraz akran değerlendirmeleri eklenerek modelleme çalışmasının sürecine daha fazla hâkim olunmaya çalışılmıştır. Bu tür araştırmalara uygulama süreci de dâhil edilmektedir. Fakat bu araştırmada uygulama sürece dâhil edilmemiştir. Uygulama sürece dahil edilmese de odak grup görüşmeleriyle sürekli tartışmalar bazında iyileştirme çabası gözlemlenmiştir. Tasarım temelli araştırmanın değişik öğrenme biçimleri tasarlama ve bu öğrenme biçimlerini çalışma olduğu göz önüne alındığında (Kuzu ve ark., 2011) araştırmanın bu temele dayandığı görülmektedir. Yalnız uygulama yapılmadığı için tasarım temelli araştırmalardan bir eksiği olduğu da söylenebilmektedir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcıları, İstanbul ilinde bir devlet üniversitesinde yüksek lisans öğrenimi görmekte olan 11 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırma amacına uygun olarak yüksek lisans sürecinde matematiksel modelleme dersini almış olan öğrenciler seçilmiştir. Bu kapsamda araştırmacılarından 11'i aynı zamanda çalışmanın katılımcısı olarak belirlenmiştir. Araştırma sürecinde bu hususa dikkat edilerek gerekli güvenilirlik önlemleri alınmıştır. Araştırmanın katılımcılarının özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. Görüldüğü gibi 9 kadın 2 erkek katılımcı öğretmenlerin deneyimleri ortalama 6 yıl olmakla birlikte deneyim skalası sıfırdan 15 yıla kadar değişmektedir (Tablo 1).

Tablo 1. Çalışma Grubunu Oluşturan Katılımcıların Demografik Özellikleri

Öğretmen	Görev Yaptığı İl	Cinsiyet	Görev Süreleri
Ö ₁	İstanbul	Kadın	1
Ö ₂	İstanbul	Kadın	6
Ö ₃	İstanbul	Kadın	10
Ö ₄	Çalışmıyor	Kadın	-
Ö ₅	İstanbul	Erkek	9
Ö ₆	İstanbul	Kadın	2
Ö ₇	İstanbul	Kadın	15
Ö ₈	İstanbul	Kadın	8
Ö ₉	İstanbul	Kadın	8
Ö ₁₀	İstanbul	Erkek	3

Ö ₁₁	İstanbul	Kadın	6
-----------------	----------	-------	---

Bu çalışmada tezli yüksek lisans öğrencilerinin isimleri Ö₁, Ö₂, Ö₃, Ö₄, Ö₅, Ö₆, Ö₇, Ö₈, Ö₉, Ö₁₀, Ö₁₁ olarak kodlanmaktadır. Bu çalışmadaki öğrenciler İstanbul ili sınırları içerisinde bir devlet üniversitesinde matematik eğitimi alanında yüksek lisans öğrenimi görmektedirler.

Veri Toplama Araçları

Matematiksel modelleme fiziksel dünya ile soyut matematik arasında bir link oluşturan aktivite olarak görülebilir. Bu süreçte öğrencilerin farklı gerçek cevaplar üretmelerine izin verilmelidir. Modellemenin yapısı önemlidir. Faktör listeleri oluşturup ortak karara varmaları beklenilmektedir. Yorumlamalarda hesaplara karar verilebilir. Genellemeler, daha geniş bir izleyici kitlesine etki eder. Sonuç ürünler önemlidir. Raporlar, diyagramlar, grafikler, vs. öğretmen tarafından başlatılan tartışmalar yapısal linkleri ortaya çıkarabilir. Kriterlere nasıl karar verileceği konusunda neyin ihmal edileceği, ilgili yapılar, modelin diğer problemlere uygulanabilirliği ve yeniden düzenlemeler gereklidir.

English (2003) durum bazlı irdeleme ve analogik modellerin genelleme- sinin iyi olduğu görüşündedir. Özellikle English (2003) öğrencilerin modelle- rini birbirleri ile paylaşımlarını ve birbirlerinin/kendilerinin değerlendirmele- rini yapmalarını salık verir. Durum bazlı irdeleme de burada kullanılmıştır. Bu şekilde öğrencilerin akıllarındaki örnekler de artmıştır. Bu çalışmada da bu veri toplama yöntemi uygulanmış olup çalışmada odak grup görüşmele- rinde kullanılmak üzere araştırmacılar arasında yer alan öğretim üyesi araştı- rmacı tarafından uzman görüşü alınarak hazırlanan yarı yapılandırılmış gö- rüşme formları modellemedeki belirlenmesi amaçlı kullanılmıştır. Ayrıca ka- tılımcıların hazırladıkları etkinlikler araştırmanın temel veri toplama aracı ol- muştur. Araştırmada kültürümüzün önemli bir parçası olan çay modelleme so- rusu işlenmiştir. Katılımcılar için 1.5 litrelik demlik ve 2 litrelik çaydanlıkla farklı bardaklar, maliyet, sunum çeşitliliği gibi konular göz önüne alınarak bir çay demleme modelleme konu başlığı seçilmiş ve öğrenci-katılımcıların bunu kendi bilgi, ilgi ve bağlam düzeyinde modellemeye dökmesi beklenmiştir.

Ayrıca araştırmanın başında katılımcılarla uzman öğretmen eşliğinde odak grup görüşmeleri yapılmış ve bunlardaki temalar ortaya çıkarılmıştır. Aslında kriterlere burda karar verilmiştir. Nelerin ihmal edileceği, nelerin he- saba alınması gerekliliği gibi konulardaki temalar modellemelerdeki çeşitlili- ğin odak noktalarını oluşturmuştur. Sonda ise bu temalar ışığında verilerin

analizi için katılımcılardan görüş alınmıştır.

Veri Toplanması ve Analizi

Katılımcıların hazırladıkları etkinlikler iki merhalede değerlendirilmiştir. İlk merhalede Tekin- Dede ve Bukova-Güzel (2014) tarafından geliştirilen Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği ile katılımcılar öz-değerlendirme yapmışlardır. İkinci merhalede ise güvenilirliğin sağlanması açısından katılımcılar rastgele birbirlerinin modelleme etkinliklerini değerlendirmişlerdir. Bu değerlendirme, etkinliklerin hazırlanmasından sonra katılımcıların çalışmalarının özetlerinden çıkan temalar üzerinden yapılmıştır. Bir nevi içerik analizi şeklinde araştırma soruları bazında veriler analiz edilmiştir.

Bulgular

Araştırma sorularından 1. soru için yani öğretmenlerin matematiksel modellemeye bu dersi almadan önce görüşleri nasıldı öğrenmek için yapılan odak grup görüşmelerinden aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Öğretmen Görüşlerinden Elde Edilen Bulgular

Katılımcı öğretmenlerle etkinliklerin tasarlanması ve değerlendirilmesi sürecinde yapılan odak grup görüşmelerinde öğretmenler başlangıçta öğrenci başarısının düşük olması, sınıf mevcudu ve müfredat yoğunluğu gibi nedenlerle modelleme etkinliklerini kullanamadıklarını belirtmişlerdir. Katılımcı öğretmenlerin sınıf düzeyi, öğrenci başarısı ve sınıf mevcudu gibi bütün koşulları dikkate alarak hazırladıkları etkinliklerden sonra yaptıkları değerlendirmelerde modelleme etkinliklerinin uygulanabilirliğine yönelik daha olumlu bakış açısı geliştirdikleri görülmektedir. Buna dair öğretmen görüşleri aşağıdaki gibidir:

Ö₉: Ben 11. sınıf Temel Matematik dersi için bir etkinlik hazırladım. Daha önce bu sınıf düzeyi için bir modelleme etkinliği hazırlamamıştım. Ancak bu hazırladığım etkinliğin bu sınıf düzeyinde sınıfı 4 kişilik gruplara ayırarak uygulayabileceğimi düşünüyorum.

Ö₁₀: Matematikğin günlük hayata uyarlanması öğrencilerin en çok zorlandığı kısımlardanıdır. Bu modelleme etkinlikleri ile bu durumu kolaylaştırıp öğrencilerin olumlu tutum geliştirmelerine olanak sağlanacağını düşünüyorum.

Ö₅: 8. sınıf Matematik dersi için hazırladığım etkinliğin bu sınıf düzeyinde sınıfı 4-6 kişilik gruplara ayırarak uygulayabileceğimi düşünüyorum.

Ö7: *Modelleme sorusunu yazarken aklıma değişen ve değişmeyen elemanlar ve bunlar arasındaki ilişkiler geldi. Problemin hangi kazanımları sağlaması gerektiğini düşünmek problemin yapısını belirlememde yardımcı oldu. Öğrencilerin günlük hayatında karşılaşılabileceği bir modelleme sorusu olmasına dikkat ettim.*

Araştırma sorularından 2. soruya yani modelleme etkinliğini oluştururken ki kriterler için öz değerlendirmeler ve akran değerlendirmeleri bir kaynak oluşturmuştur.

Öz Değerlendirmelerin Analizi

Katılımcı araştırmacılar oluşturdukları modelleme sorularıyla ilgili öz değerlendirmelerini, Tekin-Dede ve Bukova-Güzel'in (2014)'in geliştirdiği modelleme yeterlikleri değerlendirme rubriği ile yapmışlardır. 6 ana maddeden oluşan modelleme yeterlikleri değerlendirme rubriğini uygulayan katılımcı araştırmacılar öz değerlendirmelerinden 1 kişi 16 puan, 3 kişi 20 puan, 2 kişi 21 puan, 3 kişi 22 puan ve 2 kişi 23 puan almışlardır. Öz değerlendirme puanlarının ortalaması 20.9'dan yaklaşık olarak 21, modu 20 ve 22, medyanı ise 21 çıkmıştır. Öz değerlendirmenin ilk maddesi olan “problemi anlama” basamağındaki beş düzeyden (en yüksek düzey 5 – 4 puan); 9 kişi 5.düzeyi (4 puan), 1 kişi 4.düzeyi (3 puan), 1 kişi 3.düzeyi (2 puan) işaretlemiştir. Problemi anlama basamağının modu 4 puan (5.düzey) ve ortalaması 3,7 puan ile yaklaşık 4 puan olarak bulunmuştur. Öz değerlendirmenin ikinci maddesi olan “sadeleştirme” basamağındaki dört düzeyden (en yüksek düzey 4 – 3 puan); 7 kişi 4.düzeyi (3 puan), 4 kişi 3.düzeyi (2 puan) işaretlemiştir. Sadeleştirme basamağının modu 3 puan (4.düzey) ve ortalaması 2,63 puan ile yaklaşık 3 puan olarak bulunmuştur. Öz değerlendirmenin üçüncü maddesi olan “matematikselleştirme” basamağındaki beş düzeyden (en yüksek düzey 5 – 4 puan); 6 kişi 5.düzeyi (4 puan), 5 kişi 4.düzeyi (3 puan) işaretlemiştir. Matematikselleştirme basamağının modu 4 puan (5.düzey) ve ortalaması 3,5 puan ile yaklaşık 4 puan olarak bulunmuştur. Öz değerlendirmenin dördüncü maddesi olan “matematikselleştirme” basamağındaki beş düzeyden (en yüksek düzey 5 – 4 puan); 6 kişi 5.düzeyi (4 puan), 4 kişi 4.düzeyi (3 puan), 1 kişi 3.düzeyi (2 puan) işaretlemiştir. Matematiksel olarak çalışma basamağının modu 4 puan (5.düzey) ve ortalaması 3,4 puan ile yaklaşık 3 puan olarak bulunmuştur. Öz değerlendirmenin beşinci maddesi olan “yorumlama” basamağındaki beş düzeyden (en yüksek düzey 5 – 4 puan); 4 kişi 5.düzeyi (4 puan), 7 kişi 4.düzeyi (3 puan) işaretlemiştir. Yorumlama basamağının modu 3 puan (4.dü-

zey) ve ortalaması 3,3 puan ile yaklaşık 3 puan olarak bulunmuştur. Öz değerlendirmenin altıncı ve son maddesi olan “doğrulama” basamağındaki yedi düzeyden (en yüksek düzey 7 – 6 puan); 1 kişi 7.düzeyi (6 puan), 5 kişi 6.düzeyi (5 puan), 2 kişi 5.düzeyi (4 puan), 2 kişi 4.düzeyi (3 puan), 1 kişi 2.düzeyi (1 puan) işaretlemiştir. Doğrulama basamağının modu 5 puan (6.düzey) ve ortalaması 4,1 puan ile yaklaşık 4 puan olarak bulunmuştur.

Öz Değerlendirmelerin Yorumu

Problemi anlama bölümünde; derste belirlenen ölçütler ile problemin konusunun ve oluşturulma biçiminin uygun olması, problemin doğru anlaşılması için uygun ifadeler kullanılması, verilenleri ve istenilenleri net bir şekilde belirtip aralarında doğru ilişki kurulması, problemi yorumlamayı kolaylaştırıcı ifadelerle yer verilmesi ve problemde istenilenlerin net olması, problemi kurma kısmında öğrenciler tarafından anlaşılır olmasına dikkat edilmesi, problemde verilenler ve istenenler arasındaki bağlantının çözüme uygun bir şekilde kurulması, çözümde verilenlerin ve istenenlerin açıklamasın net olarak yapılması , problem cümlesi ve bağlamının uygun bulunması gerçek durumun ifade edilmesi ve gerçek modelin inşası bölümlerinde yer verilmesi gibi gerekçelerle 9 katılımcı (5.düzey) 4 puan vermiştir. Ayrıca verilen cevabın açıklaması yazılmamış olup problem ile aralarında nasıl bir ilişki olduğu belirtilmediğinden (3.düzey) 2 puan ve problemde belirlenen çerçevenin dışına çıkarak gerekli açıklamaları yeterince yapılmadığı için (4.düzey) 3 puan verilmiştir.

Sadeleştirme bölümünde Ö₄ kodlu katılımcı modelleme sorusunu oluştururken öğrencide ön yargı ve zihin karmaşıklığına sebep olmaması için olabildiğince sade bir dil ile cümleler kurduğunu düşündüğünden (4.düzey) 3 puan vermiştir.Ö₆ kodlu katılımcı problem durumunu olabildiğince sadeleştirdiği için (4.düzey) 3 puan vermiştir. Ö₇ kodlu katılımcı problemde özellikle çok fazla kazanım olmaması için farklı konulara değinmediğini ve öğrencilerin anlamlandırabileceği kelimeler kullanmaya dikkat ettiğini belirtmiştir. Bu sebeple (4.düzey) 3 puan vermiştir. Ö₉ kodlu katılımcı problemin çözümünde olası bütün durumlar değerlendirerek istenenleri gruplandırması nedeniyle (4.düzey) 3 puan vermiştir. Ö₁₀ kodlu katılımcı problemi oluştururken doğru sadeleştirdiğini, ihmal edilen veya sabit tutulan değişkenleri belirttiğini vurgulayarak (4.düzey) 3 puan vermiştir. Ö₁₁ kodlu katılımcı ders planı bölümünde ihmal edilmesi ve sabit tutulması gereken değişkenler hakkında bilgi verildiğini söylemiş ve (4.düzey) 3 puan vermiştir. (3.düzey) 2 puan veren

katılımcılar ise sebeplerini şu şekilde belirtmiştir. Ö₈ kodlu katılımcı varsayımlarının gerçekçi olmasından ziyade kabul edilebilir gerçeklikte olduğunu düşünmüştür. Ö₃ kodlu katılımcı varsayımlarını bir kurala bağlayamadığını söylemiştir. Ö₁ kodlu katılımcı gerçekçi varsayımdan biraz uzaklaştığını ileri sürmüştür. Ö₅ kodlu katılımcı soru yapısını daha net ifade edebileceğini söylemiştir.

Matematikselleştirme bölümünde (5.düzy) 4 puan veren katılımcılar şunları belirtmiştir. Ö₁ kodlu katılımcı problem soruları okunduğunda soruların birbiriyle ilgili ve hiyerarşik bir sıra izlediği görüşündedir. Buna bağlı olarak yapılan çözüm de gerçekçi varsayımlara ve doğru ilişkilendirmeye sahiptir. Ö₆ kodlu katılımcı ilişkiyi doğru kurup buna göre problem durumu çözüm merhalelerini şekillendirilmiştir. Ö₇ kodlu katılımcı gerçekçi bir soru ile öğrencinin daha önce gördüğü konuları düşünmesini sağlamaya odaklanmıştır. Ö₉ kodlu katılımcı problem çözümünde doğru modeller oluşturmuş ve çözümleri ilişkilendirmiştir. Ö₁₀ kodlu katılımcı gerçekçi varsayımlara göre gerekli matematiksel modelleri doğru bir şekilde oluşturmuş ve modelleri birbirleriyle ilişkilendirmiştir.

Ö₈ kodlu katılımcı eksik değişken kullandığını, Ö₃ kodlu katılımcı bazı işlemleri açıklamada yetersiz kaldığını, Ö₅ kodlu katılımcı tablo kullanımını daha doğru yapabileceğini, Ö₄ kodlu katılımcı ders öncesi etkinlik kâğıdında hazır bulunuşluğu ölçen bir soru eklemeyi, Ö₁₁ kodlu katılımcı soru oluşturulurken bağlamda bulunan bir eksiklik nedeniyle ilişkilendirmede eksiklik yaşadığını belirterek (4. düzey) 3 puan vermiştir.

Matematiksel olarak çalışma bölümünde Ö₇ kodlu katılımcı matematiksel akıl yürütme becerileri geliştirici sorular sorduğundan dolayı (5.düzy) 4 puan vermiştir. Ö₈ kodlu katılımcı modellemedeki bazı eksiklikler nedeniyle detaylar üzerinde yoğunlaşamadığını söyleyerek (3.düzy) 2 puan vermiştir. Ö₆ kodlu katılımcı işlem hatası, Ö₁₁ kodlu katılımcı matematiksel modelin inşası sürecinde işlemlerin daha açık ve anlaşılır olmaması, Ö₉ kodlu katılımcı hesaplamalardaki küçük hatalar nedeniyle (4.düzy) 3 puan vermiştir.

Yorumlama bölümünde Ö₆ kodlu katılımcı işlemlerin nedenleri için açık bir şekilde gerekçe sunmaması sebebiyle (4.düzy) 3 puan vermiştir. Ö₃ kodlu katılımcı problem durumunu daha karmaşık hâle getirdiğini ve yorumlamanın zor olduğunu düşündüğü için (4.düzy) 3 puan vermiştir. Ö₉ kodlu katılımcı bütün olası durumların hesaplandığını ancak bütün sonuçların yorumlanmadığını belirterek (4.düzy) 3 puan vermiştir.

Doğrulama bölümünde Ö₆ kodlu katılımcı kısmen çözümler yapılırken neden sonuç ilişkisine dayandırılmış fakat işlem hatası mevcut olduğu için (2.düzy) 1 puan vermiştir. Ö₁₀ kodlu katılımcı bu merhaleyi daha detaylı yapabileceğini düşündüğünden (4.düzy) 3 puan vermiştir. Ö₉ kodlu katılımcı problemin çözümünde yeterli doğrulama yapılmadığından (4.düzy) 3 puan vermiştir. Ö₄ kodlu katılımcı modelleme sorusunu oluşturduktan sonra çözümünde gördüğü tutarsızlıklara göre soruda değişiklikler yapıp tekrar kontrol edip uygun hâle getirdiğinden (7.düzy) 6 puan vermiştir. Puanlamalar rubriğe göre yapılmıştır.

Akran Değerlendirmeleri Sonucu

Akran değerlendirmelerini öz değerlendirmelerden ayıran şey katılımcı öğretmenlerin birbirlerinin modelleme örneklerine baktıklarında kendi modelleme örneklerinde gördükleri eksi ve artıları listelemeleri şeklinde olmuştur. Öz değerlendirmenin subjektif tarafı akran değerlendirilmesiyle giderilmeye çalışılmıştır.

Tablo 2. Katılımcıların MOE Oluştururken İhmal Ettiği ve Sabit Tuttuğu Değişkenler

Öğrenci	İhmal Ettikleri	Sabit Tuttukları
Ö ₁	Çayın içerisine konulacak şeker	Gruptaki kişi sayısı, çaydanlığın dem kısmı 1,5l, fincan bardak ile cam bardağı arasında 200 mililitrelik fark.
Ö ₂	Plastik ve karton bardak kullanılmamıştır, çayın markası, kişisel çay tüketim tercihi, buharlaşan su miktarı, çayın ikram edileceği vakit	Çayın demliği 1,5l ve su haznesi 2l, bardakların hacimleri, çaydaki dem/su oranı, demlenen çay miktarı
Ö ₃	Su kaynatmak için yalnızca çaydanlık kullanılacaktır. Diğer malzeme kullanımları ihmal edilmiştir.	Çaydanlık, termos ve bardak hacimleri, en iyi dem için katılması gereken çay miktarı, çayın acıma süresi, su kaynama süresi, normal çay için dem oranı, toz ve poşet çay için demlenme süresi
Ö ₄	Demleme süresi, suyun buharlaşması, şeker ilavesi	Dem oranı, çaydanlık hacmi, bardakların hacmi, çay satış fiyatları, kişi sayısı, bütçe
Ö ₅	Suyun buharlaşması	Suyun kaynama süresi, çayın demlenme süresi, kaynayan suyun sıcaklığı, bardakların hacmi ve miktarı, ideal dem miktarının ölçüsü, demlik sayısı
Ö ₆	Şeker ilavesi	Dem oranı, çaydanlık hacmi, bardakların hacmi, çay satış fiyatları
Ö ₇	Çay kaynarken ve servis yapılırken buharlaşan su miktarı ihmal edilecektir.	Dem oranı, çaydanlık ve dem hacmi, bardakların hacmi, bardak sayısı
Ö ₈	Çayın türü(cinsi), şeker kullanılıp kullanılmaması, dudak payı bırakılması, yeterli miktarda sıcak suyumuzun olduğunu düşünüp su miktarını ilk başta ihmal ediyoruz	Bardakların hacimleri, çayın demliği 1,5 litre

Ö ₉	Bardak türlerine ve şeker kullanımına bağlı oluşan ekstra maliyet, bekleme süresi	Dem oranı, demliğin hacmi, kullanılan bardak türleri ve hacimleri
Ö ₁₀	Kazanda kalan fazla su	Öğrenci sayısı, öğrencilerin seçtiği bardak türü ve hacmi, dem oranı
Ö ₁₁	Buharlaşan su miktarı	Demliklerin hacmi, türlerine göre kullanılacak bardakların hacimleri, çay/su oranı

Tablo 2’de görüldüğü gibi ihmal edilen ve sabit olduğu düşünülen değişkenlerin çeşitliliği de dikkat çekicidir. Bu tablonun yanı sıra seviye, konu, değişkenler ve süreçteki varyasyonlardan oluşan farklılıklar da modellemelerdeki çeşitliliklerin kaynağı durumunda olmuştur (Tablo 3).

Araştırma sorularından 3. soruyla ilgili toplanan veriler neticesinde sınıf düzeyi ve öğrenci hazır bulunuşluğuna göre çeşitlilik Tablo 2’den görülebilmektedir.

Tablo 3. Katılımcıların MOE Oluştururken Ele Aldıkları Değişken ve Yapılar

Öğrenci	Seviye	Konu	Değişkenler	Süreçteki Varyasyonlar
Ö ₁	Lise	Denklem ve Eşitsizlikler	Bardak Hacmi	Yönlendirici sorular
Ö ₂	Ortaokul	Oran-Orantı	Bardak Türü	Hazırlayıcı sorular, Kavram yanılgıları (Birimli ve birimsiz oran)
Ö ₃	Lise	Oran-Orantı	Bardak türü, toz ve paket çay	Rubrik
Ö ₄	Lise	Denklemler ve Eşitsizlikler, Oran-Orantı	Bardak türü, demleme adedi	Çıkış kartı, hazırlayıcı sorular, öğrenci özellikleri, rehberlik edici sorular, tablo oluşturarak karar verme
Ö ₅	Ortaokul	Sayılar ve İşlemler	Bardak türü,	Çalışma Kâğıdı
Ö ₆	Lise	Denklem ve Eşitsizlikler	Bardak Türü	Hazırbulunuşluk
Ö ₇	Ortaokul	Doğrusal Denklemler	Bardak türü	Hazırlayıcı sorular, rehberlik edici sorular, grup öz değerlendirmesi
Ö ₈	Lise	Denklem ve Eşitsizlikler	Bardak türü, dem oranı, kişi sayısı	Hazırbulunuşluk, rubrik
Ö ₉	Lise	Denklem ve Eşitsizlikler, Yüzde Problemleri, Tablo-Grafik Okuma, Kümeler	Bardak türü, kişi sayısı,	Etkinliğe hazırlayıcı soruları, Hazırlık çalışmaları, rubrik, rehberlik edici sorular
Ö ₁₀	Lise	Kümelerde İşlemler	Bardak türü	Hazırbulunuşluk, rubrik
Ö ₁₁	Ortaokul	Oran-Orantı	Bardak türü	Hazırbulunuşluk

11 öğrencinin yaptığı çalışmanın 7 tanesinde lise kazanımı seçilmişken 4 tanesinde ortaokul kazanımı seçilmiş bulunmaktadır. Seçilen kazanımların 5 tanesi denklemler ve eşitsizlikler konusunda iken 3 tanesi oran-orantı, 1 tanesi sayılarla işlemler, 1 tanesi kümelerde işlemler, 1 tanesi de doğrusal denklemler konularıyla ilgilidir.

Aynı tabloda süreçte oluşan farklılıklar için de sütun vardır. Bu da araştırma problemlerinden 5. soruya cevap aranırken kullanılmıştır.

Problem cümlelerinin bağlamında değişkenler bardak hacmi, bardak türü, toz veya paket çay olması, demleme adedi, kişi sayısı, dem oranı olarak sıralanabilir. Çalışmadaki sabit tutulan ve ihmal edilen değişkenler ile ilgili tablo (Tablo 2) yukarıda belirtilmiştir. Bu tablo (Tablo 2) incelendiğinde; 6 öğrencinin şeker kullanımını ihmal ettiği, 8 öğrencinin buharlaşan suyu/fazla suyu ihmal ettiği görülmektedir. Bunlar en fazla ihmal edilmesi için seçilen değişkenler olmuştur.

Çalışmadaki sabit tutulan değişkenlere bakıldığında; çay demliğinin 1.5 litre ve su haznesinin 2 litre olarak alınması, bardakların türleri ve hacimleri, dem oranı, suyun kaynama süresi, çayın demlenme süresi neredeyse bütün öğrenciler tarafından sabit tutulmuştur. Bu durumların dışında bazı öğrencilerin fiyatları sabit tuttuğu görülmektedir (Tablo 2).

Problem cümlelerinin bağlamları incelendiğinde, Ö₁ öğrencisinin bağlamı altın günü etkinliği için en uygun çay bardağı alışverişi, Ö₂ öğrencisinin kullandığı bağlam öğretmeni olduğu okulda öğrencilere çay ikramı, Ö₃ öğrencisi için eve gelen misafirlere en kısa sürede en güzel çay ikramı, Ö₄ için gezide çay molası, Ö₅ için Çamlıca Tepesi'nde büfe işletmecisinin ilk müşterileri, Ö₆ için askeri kışlanın kantinindeki çay satışı, Ö₈ için misafirlere çay ikramı, Ö₉ için kafede çay içen öğrencilerin en uygun fiyata çay içmesi, Ö₁₀ için kütüphanede çay ikramı, Ö₁₁ öğrencisi için de seçilen bardağa göre en avantajlı satış modeli şeklinde sıralanabilmektedir.

Çalışmadaki matematiksel beceriler: iş birlikli çalışma, karşılaştırma, öğrenilen matematiksel bir konuyu probleme aktarabilme, akıl yürütme, ilişkilendirme, problem çözme, muhakeme edebilme, matematiksel dili kullanma, orantısal düşünme olarak sıralanmaktadır.

Araştırma sorularından 4. soruya yani bağlama göre çeşitlilik için bağlamlardaki sorulara dikkat edilebilir.

Hazırlanan bağlamlarda sorular şöyledir:

Ö₁ öğrencisinin soruları: *“Alacağı bardakların hacmine nasıl karar vermelidir? Karar alırken neleri göz önünde bulundurmalıdır? Fincan çay bardağı ve cam çay bardağı kaçar mililitre olmalıdır? Çayını olabilecek en az şekilde arttırmak ve seçeceği bardakların hacmi 10 mililitrenin tam katı olmak kaydıyla bardak ölçülerini nasıl belirlemelidir? Belirlediği ölçüye göre çayları dağıttığında toplam kaç ml çayı artmış olur?”* şeklindedir ve sorular kümülatif yapıdadır.

Ö₂ öğrencisinin soruları: *“Belirlenen dem ve su oranına göre bardak ya da kupadan kaç öğrencisine çay ikram edebilir? Bulunan öğrenci sayısı ile çay miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır?”* şeklindedir ve sorular yine kümülatiftir.

Ö₃ öğrencisinin soruları: *“Misafirlere en güzel çayı belirtilen koşullarda en kısa sürede nasıl ikram edersiniz?”* şeklindedir ve sorular ayırık olduğu görülmektedir.

Ö₄ öğrencisinin soruları: *“Ayrılan bütçenin üstüne çıkılmadığına göre bardak seçimleri nasıl olabilir? Gezi grubunu tamamı için işletmenin kaç kere çay demlemesi gerektiğini hesaplayınız.”* şeklindedir ve sorular ayırık yapıdadır.

Ö₅ öğrencisinin soruları: *“Kullanılan demlik en çok kaç ml olmalıdır? Her çeşitte yeteri kadar bardak olsaydı demlik en çok kaç ml olur? En kısa sürede servis yapmak için hangi bardaklar tercih edilmelidir? Dolum her 60 ml için 1 sn. olursa en kısa sürede dolum için bardak seçimi nasıl olur?”* şeklindedir ve soruların ayırık yapıda olduğu görülmektedir.

Ö₆ öğrencisinin soruları: *Maksimum çıkabilecek bardak çay sayısını etkileyen değişken veya değişkenler hakkında ne söyleyebilirsiniz? Servis edilebilecek maksimum bardak çay sayısını her bir bardak türü için matematiksel olarak hesaplayabilir misiniz? Kantincinin bir gün için çay satışından elde ettiği gelirin en az 70 TL olduğu ve bu satışta en az 10 kupa bardağı çay sattığı bilindiğine göre bu geliri sağlayacak diğer satış ihtimalleri nelerdir?”* şeklindedir ve soruların kümülatif olduğu görülmektedir.

Ö₇ öğrencisinin soruları: *Doldurabileceği en fazla sayıda bardağı doldururken dolan bardak sayısı ile çaydanlıkta kalan dem ve su yani toplam sıvı miktarı arasındaki ilişkiyi farklı temsil biçimleri ile gösteriniz. Zeynep istediği bardak türlerini kullanabilseydi çay servisinde en fazla kaç bardak çay doldurabilirdi. Doldurduktan sonra çaydanlıkta ne kadar dem ve ne kadar su kalırdı? Hangi bardağı seçtiğiniz çözümü nasıl etkiler? Doldurduğunuz bardak sayısı arttıkça çaydanlıkta kalan sıvı miktarındaki değişim nasıl olur? Bu değişimi matematiksel bir dil kullanılarak nasıl gösterebilirsiniz? Zeynep'e gelen misafirlerden 3 kişi çayı büyük bardakta içmek isteseydi en fazla kaç bardak doldurabilirdi?*

Tartışalım.” şeklindedir ve soruların kümülatif bir yapıda olduğu görülmektedir.

Ö₈ öğrencisinin soruları: “Çay demlemenin matematiksel modellemesi var mıdır? Bir lise öğrencisi bu problemi nasıl modelleyebilir?” şeklindedir ve sorular kümülatiftir.

Ö₉ öğrencisinin soruları: *Kullanılan bardak türlerine göre 1 demlikten en fazla kaç bardak çay doldurulabilir? Farklı bardak türlerine göre ve demlik alımına göre arkadaş grubunun ödeyeceği ücret nedir? Arkadaş grubunun seçimlerine göre kafe sahibinin kâr zarar durumu nasıl değişir?*” şeklindedir ve sorular kümülatiftir.

Ö₁₀ öğrencisinin soruları: “Karton bardak tercih edenlerin sayısını bulunuz ve bunu matematiksel şekilde ifade ediniz. Burada tespit ettiklerinize dayanarak 1 günde kaç demlik çay tüketildiğini belirleyiniz. 1000 gr kuru çay paketi 70 TL olduğu bilindiğine göre 1 günde tüketilen çay kaç TL etmektedir?” şeklindedir ve soruların kümülatif olduğu görülmektedir.

Ö₁₁ öğrencisinin soruları: *Hangi bardakla çay satmalıyız? Hangi seçenek daha kârlı? Hangi seçenek daha az kârlı?* şeklindedir ve sorular ayrıktır.

Burada belirtilen sorulara göre 7 öğrencinin hazırladığı soruların kümülatif, 4 öğrencinin hazırladığı soruların ise ayrık sorular olduğu görülmektedir.

5. probleme cevap aranırken, süreçteki çeşitlilikte matematikleştirme merhalesine dikkat edilmiştir. Bu merhalede katılımcıların farklı matematiksel bakış açıları kullandıkları ve bazen denklem, küme, fonksiyon bazen ise oran-orantı ve olasılık gibi seçeneklerden yola çıktıkları görülmektedir.

Matematikselleştirme Merhalesinde Elde Edilen Bulgular

Hazırlanan matematiksel modelleme etkinlikleri incelendiğinde katılımcı öğretmenlerin matematikselleştirme merhalesinde problemin bağlamına uygun şekilde olası bütün durumları değerlendirerek çözüm yaptıkları görülmektedir. Aşağıda katılımcıların hazırladıkları etkinliklerdeki matematikselleştirme örneklerine yer verilmiştir.

Problemini evde misafirlerin ağırlanması üzerine oluşturan Ö₈ kodlu katılımcının (Şekil 1) misafirlerin hepsine aynı tür bardaktan çay ikram edildiğini varsaydığı, sabitleri ve ihmal edilenleri açıklayarak sadece ince belli bardak, karton bardak ve çay fincanı kullanma durumlarını ayrı ayrı değerlendirdiği ve problemin çözümünde oran orantı kullandığı görülmektedir.

1) Misafirlerimiz için 1,5 litre çay demledik. Sadece standart koyulukta çay servis etmek istiyoruz; yani bardakları 1/3 'ü dem, 2/3 'ü su olacak şekilde dolduracağız.

Not: Çaya eklenecek şeker miktarı, çay kaşığı, dudak payı gibi durumları ihmal ediyoruz. Hesapladığımız dem miktarının virgülden sonraki ikinci basamağını yuvarlayabiliriz. Ayrıca yeterince sıcak suyumuz olduğunu düşünelim.

a) İnce belli bardak ile kaç kişiye çay servis edebiliriz? *Bir ince belli bardak 125 ml'dir.*

Bir ince belli bardak çay için gerekli olan dem miktarı: $\frac{125}{3} = 41,6$ ml'dir.

1,5 litre demlik çayda çıkabilecek ince belli bardak sayısı: $\frac{1500}{41,6} = 36$ bardaktır.

(Bu çözümde basit bir şekilde doğru orantı kullanılabilir: Bir bardak için gerekli olan dem miktarı 41,6 ml ise 1500 ml dolu demlikten 36 bardak çay doldurulur.)

b) Karton bardak ile kaç kişiye çay servis edebiliriz? *Bir karton bardak 180 ml'dir.*

Bir karton bardak çay için gerekli olan dem miktarı: $\frac{180}{3} = 60$ ml'dir.

1,5 litre demlik çayda çıkabilecek kâğıt bardak sayısı: $\frac{1500}{60} = 25$ bardaktır.

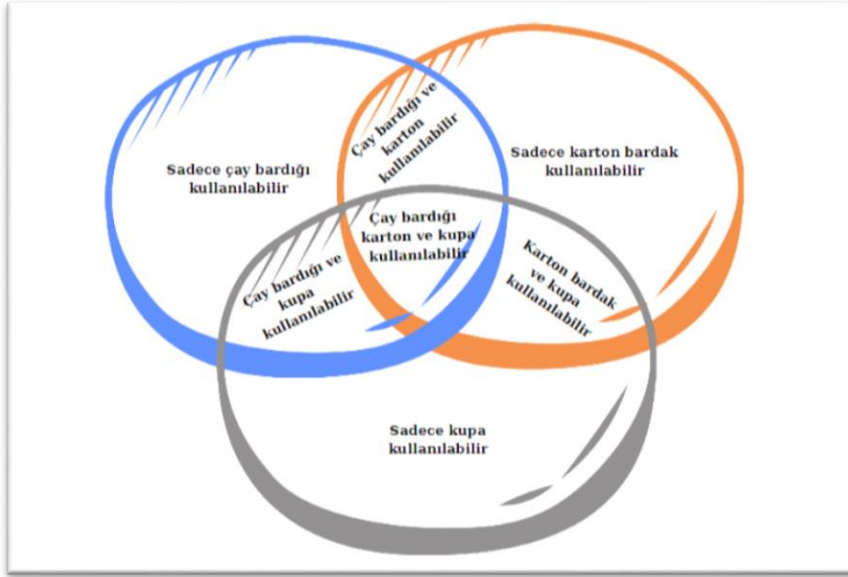
c) Fincan bardak ile kaç kişiye çay servis edebiliriz? *Bir fincan bardak 250 ml'dir.*

Bir fincan bardak çay için gerekli olan dem miktarı: $\frac{250}{3} = 83,3$ ml'dir.

1,5 litre demlik çayda çıkabilecek fincan bardak sayısı: $\frac{1500}{83,3} = 18$ bardaktır.

Şekil 1. Ö8 Kodlu Katılımcının Modeli Matematikleştirme Merhalesi

Problemini bir grup öğrencinin kafede çay içmesi bağlamı üzerine kurulan Ö9 (şekil 2 ve şekil 3) kodlu katılımcının bütün bardak türlerinin ayrı ayrı, ikili olarak ve üçünün aynı anda kullanımlarına dair bütün olası durumları belirleyerek bir şemada gösterdiği ve bütün durumlar için çözüm yaptığı görülmektedir.



Şekil 2. Ö₉ kodlu katılımcının problemi anlamlandırma basamağı

Yukarıdaki şemaya göre bütün olası durumlar için denklem ve eşitsizliklerin kullanılarak çözümün yapıldığı etkinlikte üç bardak türünün kullanıldığı duruma dair yapılan çözüm aşağıdaki gibidir.

Üç bardak türü de kullanılırsa:

İnce belli çay bardağı: x tane;
Karton bardak: y tane;
Kupa: z tane kullanılmış olsun.

$$25x + 36y + 50z \leq 1500$$

eşitsizliğini sağlayan x, y, z değerlerini bulalım.

1. $x = 15; y = 13; z = 13$ olduğunda $25 \cdot 15 + 36 \cdot 13 + 50 \cdot 13 = 1493$ mililitre dem kullanarak toplam 41 kişiye çay doldurmuş oluruz. 7 ml çayımız artar.
2. $x = 13; y = 9; z = 17$ olduğunda $25 \cdot 13 + 36 \cdot 9 + 50 \cdot 17 = 1499$ mililitre dem kullanarak toplam 39 kişiye çay doldurmuş oluruz. 1 ml çayımız artar.

Şekil 3. Ö₉ Kodlu Katılımcının Matematikleştirme Basamağı

Problemın modelleme sürecinde oluşan varyasyonlar şöyledir: Yönlendirici sorular, hazırlayıcı sorular, kavram yanılığları, çıkış kartı, öğrenci özellikleri, çalışma kâğıdı, hazırlanışluk, rubrik.

Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmada, matematik öğretmeni olan ve aynı zamanda matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan 11 öğrencinin her birinden çay konusu ile ilgili bazı kriterleri belirlenmiş bir modelleme örneğı oluşturmaları istenmiş ve oluşan modelleme örneklerinin çeşitliliğı incelenmiştir. şahin, Gürbüz, ve Doğan'ın (2023) iyi bir matematik probleminin özellikleri olarak gerçeklik, açıklık ve karmaşıklık özelliklerini vurguladığı görülmektedir. Bu araştırmada kullanılan çay modellemesindeki problemler de bu tanımlara ve özelliklere uymaktadır. Ayrıca Ulusoy, Bingöl ve Olgun (2024) yaptıkları araştırmada grup ile yapılan modellemenin bireysel modellemelere göre daha etkili olduğı sonucunu çıkarmışlardır. Bu araştırmada da aynı modelleme konusundan farklı problemler çıkarılırken odak grup görüşmeleri ile bu sağlanmaya çalışılmıştır.

Elde edilen bulgular neticesinde, oluşan modelleme örnekleri kişinin çalıştığı sınıf düzeyine göre şekillenmiştir. Belirlenen konunun hem ortaokul hem de lise düzeyine uygun bir konu olarak seçilmesi sebebiyle oluşturulan modelleme örneklerinin denklem ve eşitsizlikler konusu kullanılarak oluşturulması yoğunlukta olup; hazırlanan modelleme etkinliklerinde sayılar ve işlemler, oran-orantı, yüzde ve kâr-zarar problemleri, bilinçli tüketici aritmetiğı ve kümeler konuları da tercih edilmiştir. Modelleme sürecinin başında konu seçimi yapıldıktan sonra oluşturulacak modelleme örneğinin ana hatları belirlenmiş ve bir çerçeve çizilmiştir. Bu nedenle oluşturulan modelleme örneklerinde değışkenler, sabit kabul edilen değışkenler ve ihmal edilenler en çok benzerlik gösteren bölümler olmuştur. Önceden belirlenmiş olmasına rağmen bu değışkenlerde bile birtakım farklılıklar az da olsa oluşmuştur. Modelleme örneğı planlanırken bağlam açısından herhangi bir ana hat belirlenmediğinden en çok çeşitlilik de bu bölümde görülmüştür. Bu durum Zwietering ve Besten'in (2011) aynı konuları farklı bağlam ve olaylarla anlatılabileceğı görüşüyle örtüşmektedir. Aynı konu hakkında oluşturulan bu farklı bağlamlı modelleme örneklerinden öğrencilerin durumlarına göre en uygun olanı seçmenin de modelleme çalışmaları açısından önemli olduğı söylenebilir (Almeida-Carreira, 2019; Zwietering ve Besten, 2011).

Yapılan çalışmada bağlamlar günlük hayattan seçilerek söz konusu

konu ile matematiksel beceriler arasında bir ilişki kurulmuştur. Örneğin bir modelleme örneğinde bağlam bir işletmenin kârı üzerinden kurulmuşken başka bir örnekte Türk kültüründe misafire çay ikramının önemi üzerinden kurulmuştur. Kimi örneklerde bağlam aynı olsa da hikâyelerde farklılıklar görülmüştür. Alanyazında yapılan araştırmalarda Wei ve arkadaşları (2022) çalışmasında modelleme örneklerinin günlük hayatla ilişki kurularak oluşturulmasının öğrenciler açısından ilgi çekici olabileceği ve elde edilmesi istenen kazanım için motive edici olacağı belirtilmiştir. Yine aynı çalışmada modelleme sonucunda öğrencilerin kazanacağı düşünülen beceriler ile söz konusu çalışmada hedeflenen beceriler paralellik göstermiştir. Örneğin; öğrencilerin oran-orantı konusunu günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözerken kullanması hedeflendiyse, bu kazanıma uygun modelleme örneği hazırlandığından dolayı bu beceriyi öğrencinin kazanması beklenir. Modelleme örneklerinin farklı bağlamlarda hazırlanmasının yanı sıra süreç içerisindeki varyasyon çeşitliliği de ilgi çekicidir. Bazı modelleme örnekleri hazır bulunuşluk ölçmek için hazırlanmışken bazıları kavram yanılgılarını gidermek bazıları ise konunun öğrenilmesini pekiştirmek için hazırlanmıştır. Modelleme örneklerinde yer alan soruların bağdaşıklığı incelendiğinde ise kimi soruların birbirinden farklı kimi soruların ise kümülatif bir yapıda olup; öğrencilerin elde ettikleri bilgileri kullanarak yeni bilgilere ulaşabilmelerinin hedeflendiği görülmüştür.

Bu çalışmaya katılan öğretmenlerin modelleme süreçleri başında Urban ve Dost'un araştırmasında (2016) belirttiği modelleme örneklerinin sınıf içi uygulamalarda kullanımına engel olarak görülen durumlar ile paralel fikirlere sahip oldukları saptanmıştır. Ancak süreç içerisinde ve elde edilen modelleme örneklerinin konusunun aynı olmasına rağmen farklı bağlamlarda ele alınarak konunun ilgi çekiciliğini arttırmış olması fark edildiğinde matematiksel modellemelerin sınıf içi kullanımına dair görüşlerinde farklılık yaşanmıştır. Katılımcılar özellikle öğrencilerin seviyelerinin yetersiz olması, müfredatın yoğunluğu ve zaman kaygısı gibi nedenlerden dolayı modelleme örneklerini sınıfta uygulama konusunda tereddüt yaşamışlardır. Bu şekilde düşünüldüğünde birçok farklı kazanıma hitap eden farklı zorluk seviyelerindeki modelleme örnekleri çeşitlilik açısından bir avantaj olarak kullanılabilir. Matematiksel modellemelerin derslerde kullanımının öğrencilerin hedeflenen kazanımlara ulaşmada daha etkili ve güven artırıcı olduğu, matematiksel kavramlarla günlük hayattan örneklerin ilişkilendirilmesinin konuya somutluk kattığını gözlemlemişlerdir. Ancak modelleme örneklerinin hazırlanma süreçlerinin zaman alması açısından grup çalışmalarının daha verimli olabileceği

ve çeşitliliğe de katkı sağlayacağı görüşüne varmışlardır. Ayrıca katılımcılar yapılan tartışmalar sonucunda matematik öğretmenlerinin modelleme konusunda hizmet içi eğitime ihtiyacı olduklarına karar vermişlerdir. Böylece sınıf düzeyine ve zamana göre uygun modelleme örneklerini sunmada yeterlilik düzeylerini artırabilecekleri düşünülmüştür.

Araştırmada matematiksel modelleme hem araç hem de amaç olarak kullanılmıştır. Farklı bağlamlarda değişik modeller oluşturularak bunlar modelleme sürecine dâhil edilmiştir. Yapılan öz değerlendirmelerde bu çeşitlilik fark edilemese de akran değerlendirme merhalesinde bağlam farklılıkları ve dolayısıyla oluşan çeşitlilik net bir biçimde görülmektedir. Değerlendirmelerde Tekin- Dede ve Bukova-Güzel (2014) hazırladığı Rubrik Değerlendirme Ölçeği uyarlanarak kullanılmıştır.

Araştırmadaki en önemli sınırlılık zamanın kısıtlı olmasından dolayı modelleme örneklerinin öğrencilerle birlikte uygulanamamasıdır. Araştırmanın kapsamı gereği bu araştırmada uygulama yapılamamıştır ancak modelleme örneklerini sınıfta uygulamak isteyenler sonuçlarını paylaşarak araştırmayı genişletebilir.

Öneriler

Matematiğin gerçek hayat problemlerine uyarlanması açısından ilköğretim ve ortaöğretim matematik eğitimi programlarında matematiksel modelleme etkinliklerine daha fazla yer verilmelidir. Hazırlanan kitaplardaki modellemeler artmaktadır. Ancak öğretmenlerin oluşturdukları örnekler azdır. Öğretmenlerin örnekleri de kullanışlı hâle getirilerek bu konudaki motivasyonları yükseltilebilir (Urban ve Dost ,2016).

Matematiksel modelleme lise ve üniversite düzeyinden önce ve erken dönemlerden itibaren eğitimin her kademesinde matematik derslerinin içinde yer almalıdır (Lehrer ve Schauble, 2000). Modelleme ile ilgili öğretmenlerin de derslerinde uygulayabileceği bir etkinlik havuzu oluşturulabilir. Ancak önerilen modellemeler çok uzun süreç isteyen modellemeler olmamalıdır. Modelleme konusunda öğretmenlerin yetkinliklerini arttırmak için hizmet içi eğitimler arttırılabilir. Basılan ders kitaplarında modelleme örnekleri arttırılabilir. Öğretmenler farklı modelleme etkinlikleriyle ders içeriklerini zenginleştirebilirler. Örneğin öğrencilerin seviyesinin düşük olduğu bir sınıfta bilinçli tüketici aritmetiği konusuna yönelik bir modelleme örneğinin ilgi çekebileceği düşünülüp ona göre bir ders planı oluşturulabilir.

Bu araştırmada hizmet içi eğitim olmamakla birlikte modellemeleri uygulama ihtimali olan yüksek lisans öğrencisi öğretmenlerle çalışılmış ve bu konuda sürece dâhil edilerek eğitilmeleri amaçlanmıştır. Hizmet içi eğitim şeklinde olmasa da Erbaş, Çetinkaya ve Çakıroğlu'nun (2013) raporunda belirtildiği üzere araştırmanın safhaları olarak etkinlik geliştirme ve değerlendirme merhaleleri sürece dâhil edilmiştir.

Aztekin ve Taşpınar-Şener (2015) gerçekçi, bağlamsal ve eğitimsel modelleme süreçlerinin üzerinde durmaktadır. Bu bağlamda düşünüldüğünde araştırma etkili olsa da ampirik olmadığından eksiklikleri bulunmaktadır. Uygulama olmadığından saha dönütleri eksik kalmıştır. Bu araştırmanın süreci tekrarlanırsa süreçte öğretmen adaylarının da görüşlerine Erbaş, Çetinkaya ve Çakıroğlu'nun raporunda (2013) bahsettiği sorular sorularak dönüt alınabilir. Çeşitliliklere vurgu yapıp bir modelleme örneğinden birçok varyasyon çıkarılması sağlanabilir. Bu sayede model havuzları da zenginleşecektir.

Kaynakça

- Almeida, L. ve Carreira, S. (2019, Şubat.). *The confirmation of math modelling activities: e reflection on perspective alignment*. Eleventh congress of the European Society for Reserach in Mathematics Education'da sunulan bildiri, Utrecht. https://hal.science/hal-02408663/file/TWVG06_02.pdf
- Aztekin, S. ve Taşpınar-Şener, Z. (2015). Türkiye'deki matematik eğitimi alanındaki matematiksel modelleme araştırmalarının içerik analizi: Bir meta-sentez çalışması. *Education and Science*, 40(178), 139-161.
Doi: 10.15390/E.B.2014.4125
- Bergman- Arlebeck, J. ve Frejd, P. (2021). The red book activity: a model eliciting activity to introduce and initiate a section on statistics focusing on variability, and sampling. F. Leung, G. A. Stillman, G. Kasa ve K. L. Wong, (Ed.), *Mathematical modelling education in east and west* içinde (595-605). Cham: Springer.
- Berry, J. ve Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Elsevier: Oxford.
- Blum, W. ve Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM Mathematics Education*, 38(2), 86-95.
- Bukova Güzel, E. (Ed.). (2021). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme*. Ankara: Pegem Akademi.
- English, L. D. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modelling perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2/3), 225-248.
- English, L. (2006). Mathematical modelling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303-323.

- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Çakıroğlu, E. (2013). *Ortaöğretim matematik eğitimi- minde matematiksel modelleme: Hizmet içi ve hizmet öncesi öğretmen eğitimi*. <https://open.metu.edu.tr/handle/11511/49732> adresinden edinilmiştir.
- Fife, J. H., James, K. ve Peters, S. (2020). A learning progression for variability. *ETS Research Report Series*, 2020(1), 1-22.
- Fox, J. (2006). A Justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. Chinnappan, M., Grootenboer, P. ve Zevenbergen, R., (Ed.), *Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* içinde (221-228). Australia.
- Kaiser, G. and Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 196–208. Doi: 10.1007/BF02655889
- Kazak, S., Pratt, D. ve Gökçe, R. (2018). 6th grade students' emerging practices of data modelling. *ZDM Mathematics Education*, 50, 1151-1163.
- Kuzu, A., Çankaya, Ş. ve Mısırlı, Z. A. (2011). Tasarım tabanlı araştırma ve öğrenme ortamlarının tasarımı ve geliştirilmesinde kullanımı. *Anadolu Journal of Educational Sciences*, 1(1), 19-35.
- Lehrer, R. ve English, L. (2018). Introducing children to modelling variability. Ben-Zvi D., Makar K., Garfield J. (Ed.), *International handbook of research in statistics education* içinde (229-260). Springer International Publishing.
- Lehrer, R. ve Schauble, L. (2000). Inventing data structures for representational purposes: Elementary grade students' classification models. *Mathematical Thinking and Learning*, 2, 51-74.
- Lesh, R. ve Doerr, H. M. (Ed.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (MEB). (2006). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- Sanfretello, A. (2015). *Mathematical modelling handbook I and II*. NewYork: Teachers College publishing.
- Şen, E. Ö. (2020). Öğretmen adaylarının tasarladıkları matematiksel modelleme problemleri ve tasarlama sürecine ilişkin görüşleri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(3), 1530-1560.
- Tekin-Dede, A. ve Bukova-Guzel, E. (2014). Model oluşturma etkinlikleri: Kuramsal yapısı ve bir örneği. *19 Mayıs Ün. Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(1), 95-111. Dergipark.org.tr/tr/download/article-file/1888037
- Urban, S. ve Dost, Ş. (2016). Matematiksel modelleme etkinliklerinin derslerde kullanımı: Öğretmen görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 15(59) 1279-1295. Doi: 10.17755/esosder47667
- Verhölter, K., Grefroth, G., Ferri, R. B., Leib, D. R. ve Shoukujlaw, S. (2019). Mathematical modelling. H. N. Jahnke ve L. Hefendehl-Hebeker, (Ed.). *Traditions in German-speaking mathematics education research* içinde (91-114). İsviçre: Springer. Doi: 10.1007/978-3-030-11069-7_4
- Wei, Y., Zhang, Q. ve Gua, J. (2022). Can mathematical modelling be taught and learned in primary mathematics classrooms: A systematic review of empirical studies. *Education Sciences*, 12(2), 923-1-15.
- Zwietering, M. H. ve Besten, H. M. W. (2011). Modelling: One Word for many activities and uses. *Food microbiology*, 28(4), 818-822.